

Теоретический тур

Решения задач

1. **(6 баллов за задачу)** Как видим, на карте Южный Крест занимает область неба в диапазоне склонений от -65° до -56° . Для участников олимпиады допускается погрешность в определении склонения $\pm 1^\circ$.

а) (2 балла) Для того чтобы созвездие было видно целиком, необходимо, чтобы высота в верхней кульминации была положительной для самой южной его границы:

$$\begin{aligned} 90^\circ - \varphi + \delta &> 0, \\ 90^\circ - \varphi - 65^\circ &> 0, \\ \varphi &< 25^\circ. \end{aligned}$$

б) (2 балла) Чтобы созвездие стало незаходящим, необходимо, чтобы положительной была и высота в нижней кульминации. Южный Крест находится вблизи южного полюса мира, и его нижняя кульминация будет происходить на юге. Поэтому формула из школьного учебника для высоты в нижней кульминации не подходит, так как она выведена для нижней кульминации в северной половине неба. Участники олимпиады должны либо знать, либо вывести графически следующую формулу:

$$\begin{aligned} h_{\text{НК}} = -90^\circ - \varphi - \delta &> 0, \\ -90^\circ - \varphi + 56^\circ &> 0, \\ \varphi &< -34^\circ \end{aligned}$$

Обратите внимание, что для того чтобы все созвездие стало незаходящим, необходимо, чтобы за горизонт не заходили наиболее удаленные от южного полюса участки, т.е. **северная** граница созвездия.

в) (2 балла) Как видно из карты, середина созвездия имеет прямое восхождение $\alpha \approx 12^{\text{h}}30^{\text{m}}$. Если мы рассматриваем верхнюю кульминацию созвездия в истинную полночь, то Солнце в это время должно быть в нижней кульминации. Следовательно, прямое восхождение Солнца будет отличаться на 12^{h} , $\alpha_\odot \approx 0^{\text{h}}30^{\text{m}}$. Такое возможно в скором времени после весеннего равноденствия, т.е. **весной**.

2. **(3 балла)** Поскольку оба города находятся на одинаковой широте, момент восхода будет отличаться на время, за которое Земля повернется на угол, равный разности долгот:

$$\Delta T = \Delta \lambda = 40^\circ 25' = 2^{\text{h}}42^{\text{m}}.$$

Следовательно, в Кашгаре Солнце взошло в $9^{\text{h}}52^{\text{m}}$. И такая разбежка по времени – это еще не предел для Китая: местное среднее солнечное время на самом востоке и западе этой страны отличается на 4 с лишним часа, однако китайцы решили объединить все провинции в один часовой пояс.

3. **(12 баллов за задачу)**

а) (2 балла) Расстояние астероида от Солнца в перигелии составит $r_p = a(1 - e) = 2,07$ а.е. А если прохождение перигелия еще и совпадет с противостоянием относительно Земли, то расстояние Земля–астероид составит 1,07 а.е.

б) (4 балла) В перигелии скорость астероида составит

$$v_p = \sqrt{GM_\odot \left(\frac{2}{r_p} - \frac{1}{a} \right)} = 22,1 \text{ км/с.}$$

Скорость Земли на круговой орбите равна

$$v_\oplus = \sqrt{\frac{GM_\odot}{a_\oplus}} = 29,7 \text{ км/с.}$$

Поскольку в момент перигелия астероид будет двигаться сонаправленно со скоростью Земли, его скорость относительно нашей планеты составит $v_{\oplus} - v_p = 7,6$ км/с. Следовательно, за сутки астероид пройдет относительно Земли расстояние $l = 7,6 \frac{\text{км}}{\text{с}} \cdot 86400 \text{ с} \approx 660\,000$ км. При наблюдении с Земли этот путь будет виден под углом $\rho = l/(r_p - a_{\oplus}) = 4,1 \cdot 10^{-3}$ рад = $0,23^\circ = 14'$.

в) (4 балла) Как известно, поток излучения света убывает обратно пропорционально расстоянию до источника. Однако для тел Солнечной системы, светящих отраженным светом Солнца, важно также, на каком расстоянии от Солнца расположено это тело, так как количество падающего на планету (и рассеиваемого в пространство) света обратно пропорционально квадрату расстояния до Солнца. Таким образом, можно записать для блеска тел Солнечной системы:

$$E \propto \frac{1}{r^2 \rho^2},$$

Где r – расстояние тела от Солнца, а ρ – расстояние от Земли. Сравним теперь по формуле Погсона видимую звездную величину астероида с его абсолютной величиной, помня, что в противостоянии у астероида также фаза 100%:

$$m - M = 2,5 \lg \frac{E_0}{E} = 2,5 \lg \frac{r^2 \cdot \rho^2}{(1 \text{ а. е.})^2 \cdot (1 \text{ а. е.})^2} = 2,5 \lg \frac{2,07^2 \cdot 1,07^2}{1 \cdot 1} = 1,73.$$

Отсюда $m = M + 1,73^m = 8,23^m$.

г) (2 балла) Проницающая способность телескопа определяется по формуле:

$$m_{\text{пр}} = 6^m + 5 \lg \frac{D_{\text{об}}}{d_{\text{зр}}},$$

Где $D_{\text{об}}$ – диаметр объектива телескопа, $d_{\text{зр}}$ – диаметр человеческого зрачка ночью. Если принять $d_{\text{зр}} = 6$ мм, формула примет вид:

$$m_{\text{пр}} = 2,1^m + 5 \lg D_{\text{об(мм)}}.$$

Подставляя $m_{\text{пр}} = 8,23^m$, получаем $D_{\text{об}} = 17$ мм, т.е. получается, что достаточно будет любого простейшего бинокля или простенькой подзорной трубы. Если участник олимпиады правильно применил формулу, но подставил значение звездной величины, рассчитанное ранее с ошибкой, то за этот пункт все равно выставляется полный балл.

4. (5 баллов за задачу)

а) (3 балла) Без адаптивной оптики изображение звезды на фотографии будет иметь размер $0,3''$. Если же эту систему включить, то дифракция света на краях объектива станет единственной причиной размазывания звезд на снимке. Дифракционная разрешающая способность телескопа составляет (для видимого света примем длину волны за 550 нм):

$$\psi = 1,22 \frac{\lambda}{D} \cdot 206\,265'' \approx \frac{140''}{D_{\text{мм}}} = 0,0035''.$$

Значит, площадь диска звезды на изображении после включения АО уменьшится в $(0,3/(2 \cdot 0,0035))^2 = 1800$ раз (здесь мы учли, что диаметр диска звезды с включенной АО равен 2ψ). А это означает, что при тех же экспозициях в каждый пиксел изображения придет в 1800 раз больше света, что, в свою очередь, позволит видеть в 1800 раз более слабые звезды. В звездных величинах это составит $\Delta m = 2,5 \lg 1800 = 8,1^m$. Полученная цифра не может не впечатлять, однако в реальных условиях она, скорее всего, будет немного меньшей – в видимом диапазоне современные системы АО работают очень эффективно, однако пока еще не в состоянии добиться дифракционного предела разрешения телескопа, особенно на таких гигантских объективах.

б) (2 балла) Как следует из подсказки, за разрешающую способность телескопа принимается радиус диска звезды. До включения АО он составлял $0,15''$, а после включения уменьшился до $0,0035''$, т.е. уменьшился в 43 раза. Следовательно, во столько же раз улучшилась и разрешающая способность E-ELT.

5. (4 балла) Сила сопротивления пропорциональна плотности газа и квадрату его скорости:

$$F \propto \rho v^2.$$

Плотность атмосферы у поверхности можно будет оценить из уравнения состояния идеального газа:

$$\rho = \frac{p\mu}{RT},$$

Где p – давление, μ – молярная масса газа, T – температура, R – универсальная газовая постоянная.

Приравняв силы сопротивления ветра на Марсе и на Земле, получим:

$$\frac{v_{\oplus}}{v_{\text{М}}} = \sqrt{\frac{\rho_{\text{М}}}{\rho_{\oplus}}} = \sqrt{\frac{p_{\text{М}} \cdot \mu_{\text{М}}}{p_{\oplus} \cdot \mu_{\oplus}}} = \sqrt{\frac{600 \text{ Па} \cdot 44 \text{ г/моль}}{101\,000 \text{ Па} \cdot 29 \text{ г/моль}}} = 0,095.$$

Учитывая, что $v_{\text{М}} = 100 \text{ м/с}$, получаем, что $v_{\oplus} = 9,5 \text{ м/с}$. Это довольно ощутимый ветер на Земле, если вы не в скафандре. Однако и речи не может идти о том, чтобы такой ветер поднимал в воздух тяжелые предметы и валил астронавтов с ног. Это один из главных научных ляпов в фильме.

Всего 30 баллов за теоретический тур